

文章编号 1004-924X(2008)02-0257-08

Gough-Stewart 平台机构的普适工作空间及其几何求解

徐 刚^{1,2}, 杨世模¹

(1. 中国科学院 国家天文台, 北京 100012; 2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039)

摘要: 针对大型光学望远镜副镜位姿调节机构的优化设计, 为了实现不同结构参数的 Gough-Stewart 平台机构的性能比较, 提出了普适工作空间的概念, 并给出其几何求解方法。普适工作空间是以杆长为限定条件, 动定平台始终保持平行时, 动平台在 36 个特定方向上运动范围的交集。普适工作空间具有无需降维描述, 外形为简单规则的旋转体, 可采用几何方法直接求解空间边界等优点。经算例验证: 不同结构参数的 Gough-Stewart 平台机构都能求解出形状相似、规则、简单的普适工作空间, 使总体评价机构性能的指标具有可比性; 与其它工作空间相比, 普适工作空间使性能指标的计算量分别降低约 10%、11% 和 14%。

关键词: 望远镜副镜; 位姿调节机构; 优化设计; Gough-Stewart 平台机构; 工作空间; 解析解

中图分类号: TH743 **文献标识码:** A

Universal workspace characteristics of Gough-Stewart platform and its analytic solution

XU Gang^{1,2}, YANG Shi-mo¹

(1. *National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100012, China;*
2. *Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*)

Abstract: For purpose of the optimal design a fine adjusting instrument for pose and position of secondary mirror in optical telescope, a new concept of universal workspace was proposed and its analytic method was also discussed in order to make a comparison between different designs of the Gough-Stewart platform. The universal workspace is the intersection of movement ranges in 36 special directions when the platform parallels to the base and the strut-length qualification is also met. The universal workspace has advantages in that it can be described directly without any additional changes; the figure of the universal workspace is simple and regular revolving solid; also its analytic solution is the boundary coordinates of universal workspace. By comparing the performance index among several designs, the results indicate that the universal workspaces have the universal characteristic in despite of the distinct differences from mechanism parameters among designs. Compared with other workspaces, the calculated amount by proposed universal workspace can reduce by 10%, 11% and 14%, respectively.

Key words: secondary mirror of telescope; adjusting instrument of pose and position; optimized design; Gough-Stewart platform; workspace; analytic solution

收稿日期: 2007-08-27; 修订日期: 2007-10-08.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 10778628)

1 引言

大型光学望远镜中对主镜和副镜的相对位置和姿态有严格的要求。由于制造、安装以及温度变化等原因,主镜和副镜之间的正确位姿发生改变,会导致像质下降和像位置的漂移。为此,需要主动校正主副镜之间位姿,将位姿偏差限定在许可精度范围内。

Gough-Stewart 平台机构具有六自由度、高精度、高刚度、高稳定性等优点,在大型光学望远镜的主镜和副镜相对位姿调整中,已有应用的先例^[1-3]。

衡量光学望远镜的副镜位姿微调机构的主要性能指标有运动精度、刚度、速度及承载能力等。对于 Gough-Stewart 平台机构而言,这些性能指标不仅依赖于机构参数,而且依赖于动平台的位姿,因此是反映局部性能的指标。为了克服性能指标的局部性缺点,从而全面、系统地了解 and 掌握并联机构的性能,国内外学者做了大量的研究。Gosselin^[4]等人提出全条件数指标,即以条件数的倒数在可达工作空间上的均值来评价机器人的灵巧性。黄田^[5]等人在研究并联机器人最优尺度综合方法时,提出 Gough-Stewart 并联机构的“非零最小可达章动角主工作空间”概念。吴振勇^[6]等人在研究 Tricept 机器人的尺度综合方法时,在工作空间内定义了一个圆柱体为机构的“设计空间”,以条件数在该设计空间上的均值来表征机构的性能。李波^[7]等人在对虚拟轴机床进行参数设计时,从工作空间中划分出“有效工作空间”及其“内接工作区域”以适合多种作业形式。上述学者在分析并联机构的性能时,将反映局部性能的性能指标从特定位姿扩展到特定位姿的集合(即工作空间),使性能指标能够在该空间范围内总体反映机构的性能。可以看出,工作空间分析是全面、系统地了解 and 掌握并联机构性能的首要环节;另外,除并联机构的类型不同之外,上述工作空间的定义各不相同,得出的性能指标仅适用于所研究的具体机构,没有可比性。因此,在并联机构的优化设计中,在不同的设计之间难于实现相互比较,并且相关的文献很少。

本文针对 Gough-Stewart 平台机构设计中进行性能横向比较的实际需要,提出普适工作空间的概念。针对 Gough-Stewart 平台机构的结构特点,提出了该空间的几何求解方法。并通过分析和算例总结出普适工作空间的特点,为机构的进一步优化设计提供了一定参考。

2 普适工作空间的选取

2.1 普适工作空间的定义

一般地,工作空间是指动平台参考点可达到的点的集合。工作空间是位姿的函数,需要在六维空间内进行描述。因为六维空间很难建立,通常是通过描述工作空间的子空间来间接地反映工作空间。例如,按照姿态的不同,工作空间又细分为完全工作空间、定向工作空间和最大工作空间等^[8]。

由于无法将三维以上的多维运动转换为图象,三维以上的空间必须降维描述,这涉及到降维描述方法的差异,不便于各个设计的相互比较。另外,由于工作空间的分类、定义和选取方法等方面的差异,即使优化目标相同,不同设计之间也不具备可比性。所以,工作空间的定义、图象描述、形状、大小、计算方法等是否具有普适性是不同设计之间能否实现相互比较的关键和基础。

普适性要求是指:(1)统一的工作空间定义;(2)工作空间可直接用图像来表示,无需降维描述;(3)工作空间形状简单、规则;(4)尽可能地保留并联机构的性能特征;(5)计算方法统一,计算结果唯一。具有普适性的工作空间称为普适工作空间。

2.2 普适工作空间的选取

常用的空间描述方法:(1)给定姿态,研究位置工作空间;(2)给定位置,研究姿态工作空间。本文采用方法(1),且动定平台在运动过程中始终保持平行。

Gough-Stewart 平台机构采用对称式结构,见图 1、图 2。平面 O_Bxy 位于水平面内。选取平行于水平面的 $0\sim 180^\circ$ 、 $90\sim 270^\circ$ 、 $60\sim 240^\circ$ 、 $150\sim 330^\circ$ 、 $120\sim 300^\circ$ 、 $210\sim 30^\circ$ 等 12 个方向、与各支杆在水平面上投影的平行方向和垂直方向等 24 个方向,共计 36 个方向为特征方向。在特征方向上,运动范围是由机构的几何特征决定的,由几何

法可以准确求出。特征方向上的运动范围决定了一内切圆,圆心是动平台的几何参考点;并且,由于机构的对称性,所有水平剖面的圆心连线垂直于水平面,各圆所围的空间构成一旋转体。该旋转体结构简单、规则,且计算方法和计算结果唯一。

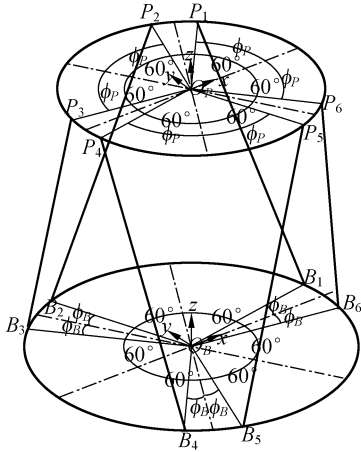


图 1 Gough-Stewart 平台机构示意图

Fig. 1 Geometric structure of Gough-Stewart platform

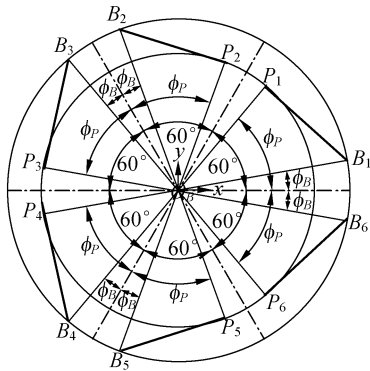


图 2 动、定平台上的铰接点位置

Fig. 2 Coordinates of joint points on base and platform

事实上,位置工作空间的最大内切空间也是形状简单、规则的旋转体,并且与普适工作空间极为相近。最大内切空间的任一水平剖面轮廓是位置工作空间水平剖面的最大内切圆,一般只能由数值方法(例如搜索法^[9])实现。数值方法的实质是以一定的搜索步长(或精度),按照一定的顺序搜索三维空间内满足符合结构约束的点,而几何法的实质是根据机构的结构特点选取有限个特征方向,按照几何方法直接求解特征方向上运动范围的交集,即直接求解空间的边界,因而几何法的计算效率和精度都优于数值法。

3 普适工作空间的计算方法

3.1 运动模型

Gough-Stewart 平台机构由定平台、动平台和 6 个可伸缩支杆组成,每个支杆的两端分别与定平台和动平台相联接,铰接点分别位于两个圆上。定参考坐标系 O_Bxyz (记作 $\{B\}$) 固定在定平台上,动参考坐标系 O_Pxyz (记作 $\{P\}$) 固定在动平台上。第 i 根杆($i=1,2,\dots,6$,下同)与动平台的铰接点分别是 B_i 和 P_i 。 B_i 在 $\{B\}$ 中的坐标表示为 $B_i(b_{ix}, b_{iy}, b_{iz})$, P_i 在 $\{B\}$ 中的坐标表示为 $P_i(p_{ix}, p_{iy}, p_{iz})$, P_i 在 $\{P\}$ 中的坐标表示为 $P_i({}^p p_{ix}, {}^p p_{iy}, {}^p p_{iz})$ 。坐标原点分别是铰接点所在圆的圆心。由于机构的几何对称性,当各支杆长度相同时,动定平台平行, O_P 在平面 O_Bxy 的投影与 O_B 重合(记作初始位姿)。

主要结构参数如下:

- (1) r_B 是定平台与各支杆的铰接点所在圆(记作 $\odot B$)的半径;
- (2) r_P 是动平台与各支杆的铰接点所在圆(记作 $\odot P$)的半径;
- (3) l_{\min} 是支杆的最小长度;
- (4) l_{\max} 是支杆的最大长度;
- (5) ϕ_B 是 $\odot B$ 上各铰接点分布角;
- (6) ϕ_P 是 $\odot P$ 上各铰接点分布角。

运动学矢量关系如下:

$$l_i = -b_i + h + q_i, \quad (1)$$

式中, l_i 是杆 i 与动平台的铰接点 P_i 相对于杆 i 与基座的铰接点 B_i 的位置向量; b_i 是杆 i 与定平台的铰接点 B_i 的位置向量; h 是 O_P 相对于 O_B 的位置矢量; q_i 是杆 i 与平台的铰接点 P_i 相对于 O_P 的位置向量($q_i = R^p p_i$, R 是 $\{P\}$ 相对于 $\{B\}$ 的旋转矩阵, ${}^p p_i$ 是向量 $\overline{O_P P_i}$ 在 $\{B\}$ 中的表示)。动定平台保持平行姿态时,描述动平台姿态的欧拉角 α, β 和 γ 为零,旋转矩阵 R 为单位矩阵,

$$q_i = I_3 {}^p p_i = {}^p p_i. \quad (2)$$

运动学模型为:

$$l_i = | -b_i + h + q_i |, \quad (3)$$

式中, l_i 是杆 i 的长度, $l_i \in [L_{\min}, L_{\max}]$, “ $|\cdot|$ ”表示对向量“取模”的运算。

3.2 普适工作空间的计算

影响工作空间的因素有支杆长度、铰链的极

限摆角和支杆干涉等^[9]。一般地,在副镜位姿微调的应用中,Gough-Stewart 平台机构的工作空间足够满足位姿微调的行程要求,因此,在计算时仅考虑杆长对工作空间的影响,忽略其它因素。

在初始位姿,点 P_i 在平面 O_Bxy 的投影记作 P_i^0 ,在任意位姿,点 P_i 在平面 O_Bxy 的投影记作 P_i' 。

3.2.1 z 轴方向运动范围

平台沿 z 轴方向作平动,各杆的伸缩运动完全相同。由运动模型(3),有:

$$z = \sqrt{l_i^2 - (q_{ix} - b_{ix})^2 - (q_{iy} - b_{iy})^2}, \quad (4)$$

式中, $l_i \in [L_{\min}, L_{\max}]$, L_{\min} 和 L_{\max} 分别为杆的最小极限长度和最大极限长度。则 z 轴方向运动范围为:

$$C_z = \{z \mid z_{\min} \leq z \leq z_{\max}, \\ z_{\min} = z|_{l_i=L_{\min}}, z_{\max} = z|_{l_i=L_{\max}}\}. \quad (5)$$

3.2.2 x 轴方向运动范围

任取 $z \in C_z$,分析在该平面内由于杆的单独运动,平台在 x 轴方向的运动范围 C_{xi} 。

由运动模型(3),有:

$$(x + q_{ix} - b_{ix})^2 + (q_{iy} - b_{iy})^2 + z^2 = l_i^2, \quad (6)$$

则:

$$x_{1,2} = \mp \sqrt{l_i^2 - z^2 - (q_{iy} - b_{iy})^2} - q_{ix} + b_{ix}, \quad (7)$$

式中, $l_i \in A_{xi}$,

$$A_{xi} = \{l_i \mid l_i \geq \sqrt{z^2 + (q_{iy} - b_{iy})^2}, L_{\min} \leq l_i \leq L_{\max}\}. \quad (8)$$

设临界高度 $z_{0i} = \sqrt{L_{\min}^2 - (q_{iy} - b_{iy})^2}$ 。

当 $z < z_{0i}$ 时,

$$\sqrt{z^2 + (q_{iy} - b_{iy})^2} < \sqrt{z_{0i}^2 + (q_{iy} - b_{iy})^2} = L_{\min},$$

故:

$$A_{xi} = \{l_i \mid L_{\min} \leq l_i \leq L_{\max}\}.$$

此时,

$$l_i^2 - z^2 - (q_{iy} - b_{iy})^2 > l_i^2 - z_{0i}^2 - (q_{iy} - b_{iy})^2 = l_i^2 - L_{\min}^2 \geq 0,$$

即:

$$l_i^2 - z^2 - (q_{iy} - b_{iy})^2 > 0.$$

说明在运动过程中不会出现杆的投影 B_iP_i' 与 B_iB_j ($j = 7 - i$) 重合的情况。直线 B_iB_j 将 O_Bxy 平面划分为两个半平面,则点 P_i' 的运动范围局限于其中一个半平面,而不能跨越 B_iB_j 从其中一个半平面运动到另一个半平面。此时,若 $q_{ix} < b_{ix}$,

$$C_{xi} = \{x_i \mid x_{\min i} \leq x_i \leq x_{\max i}, \\ x_{\min i} = x_1|_{l_i=L_{\max}}, x_{\max i} = x_1|_{l_i=L_{\min}}\}, \quad (9)$$

若 $q_{ix} \geq b_{ix}$,

$$C_{xi} = \{x_i \mid x_{\min i} \leq x_i \leq x_{\max i}, \\ x_{\min i} = x_2|_{l_i=L_{\min}}, x_{\max i} = x_2|_{l_i=L_{\max}}\}. \quad (10)$$

当 $z \geq z_{0i}$ 时,

$$\sqrt{(q_{iy} - b_{iy})^2 + z^2} \geq \sqrt{(q_{iy} - b_{iy})^2 + z_{0i}^2} = L_{\min},$$

故:

$$A_{xi} = \{l_i \mid l_{\min} \leq l_i \leq L_{\max}, l_{\min} = \sqrt{(q_{iy} - b_{iy})^2 + z^2}\}. \\ \text{此时,}$$

$$l_{\min}^2 - (q_{iy} - b_{iy})^2 - z^2 \equiv 0.$$

说明在运动过程中能够出现支杆的投影 B_iP_i' 与 B_iB_j ($j = 7 - i$) 重合的情况。直线 B_iB_j 将 O_Bxy 平面划分为两个半平面,则点 P_i' 能跨越 B_iB_j 从其中一个半平面运动到另一个半平面。则:

$$C_{xi} = \{x_i \mid x_{\min i} \leq x_i \leq x_{\max i}, \\ x_{\min i} = x_1|_{l_i=L_{\max}}, x_{\max i} = x_2|_{l_i=L_{\max}}\}. \quad (11)$$

x 轴方向的运动范围是各杆单独运动时运动范围的交集,即:

$$C_x = \{x \mid x_{\min} \leq x_i \leq x_{\max}, x_{\min} = \max\{x_{\min 1}, \dots, x_{\min 6}\}, x_{\max} = \min\{x_{\max 1}, \dots, x_{\max 6}\}\}. \quad (12)$$

3.2.3 y 轴方向运动范围

任取 $z \in C_z$,分析在该平面内,由于杆 i 的单独运动,平台在 y 轴方向的运动范围 C_{yi} 。

由运动模型(3),有:

$$(q_{ix} - b_{ix})^2 + (y + q_{iy} - b_{iy})^2 + z^2 = l_i^2, \quad (13)$$

则:

$$y_{1,2} = \mp \sqrt{l_i^2 - z^2 - (q_{ix} - b_{ix})^2} - q_{iy} + b_{iy}, \quad (14)$$

式中, $l_i \in A_{yi}$,

$$A_{yi} = \{l_i \mid l_i \geq \sqrt{(q_{ix} - b_{ix})^2 + z^2}, L_{\min} \leq l_i \leq L_{\max}\}. \quad (15)$$

设临界高度 $z_{0i} = \sqrt{L_{\min}^2 - (q_{ix} - b_{ix})^2}$ 。

当 $z < z_{0i}$ 时,

$$\sqrt{(q_{ix} - b_{ix})^2 + z^2} < \sqrt{(q_{ix} - b_{ix})^2 + z_{0i}^2} = L_{\min},$$

故:

$$A_{yi} = \{l_i \mid L_{\min} \leq l_i \leq L_{\max}\}.$$

此时,

$$l_i^2 - z^2 - (q_{ix} - b_{ix})^2 > l_i^2 - z_{0i}^2 - (q_{ix} - b_{ix})^2 = \\ l_i^2 - L_{\min}^2 \geq 0,$$

即:

$$l_i^2 - z^2 - (q_{ix} - b_{ix})^2 > 0,$$

说明在运动过程中不能出现杆的投影 B_iP_i' 与

$B_i B_j (j=7-i)$ 垂直的情况。在 $O_B x y$ 平面内,过点 B_i 且平行于 x 轴的直线将 $O_B x y$ 平面划分为两个半平面,则点 P_i' 的运动范围局限于其中一个半平面,而不能跨越该直线从一个半平面运动到另一个半平面。此时,若 $q_{iy} < b_{iy}$,

$$C_{yi} = \{y_i \mid y_{\min} \leq y_i \leq y_{\max}, y_{\min} = y_1 \mid_{l_i=L_{\max}}, y_{\max} = y_1 \mid_{l_i=L_{\min}}\}, \quad (16)$$

若 $q_{iy} \geq b_{iy}$,

$$C_{yi} = \{y_i \mid y_{\min} \leq y_i \leq y_{\max}, y_{\min} = y_2 \mid_{l_i=L_{\max}}, y_{\max} = y_2 \mid_{l_i=L_{\max}}\}. \quad (17)$$

当 $z \geq z_{0i}$ 时,

$$\sqrt{(q_{ix} - b_{ix})^2 + z^2} \geq \sqrt{(q_{ix} - b_{ix})^2 + z_{0i}^2} = L_{\min},$$

故:

$$A_{yi} = \{l_i \mid l_{\min} \leq l_i \leq L_{\max}, l_{\min} = \sqrt{(q_{ix} - b_{ix})^2 + z^2}\}. \quad (18)$$

$$l_{\min}^2 - (q_{ix} - b_{ix})^2 - z^2 \equiv 0.$$

说明在运动过程中能出现支杆的投影 $B_i P_i'$ 与 $B_i B_j (j=7-i)$ 垂直的情况。在 $O_B x y$ 平面内,过点 B_i 且平行于 x 轴的直线将 $O_B x y$ 平面划分为两个半平面,则点 P_i' 能跨越该直线从一个半平面运动到另一个半平面。则:

$$C_{yi} = \{y_i \mid y_{\min} \leq y_i \leq y_{\max}, y_{\min} = y_1 \mid_{l_i=L_{\max}}, y_{\max} = y_2 \mid_{l_i=L_{\max}}\}. \quad (18)$$

y 轴方向运动范围为各杆单独运动时的运动范围的交集,即:

$$C_y = \{y \mid y_{\min} \leq y_i \leq y_{\max}, y_{\min} = \max\{y_{\min 1}, \dots, y_{\min 6}\}, y_{\max} = \min\{y_{\max 1}, \dots, y_{\max 6}\}\}. \quad (19)$$

3.2.4 $B_i P_i^0$ 方向运动范围

任取 $z \in C_z$, 分析在该平面内,由于杆 i 的单独运动,平台在 $B_i P_i^0$ 方向的运动范围 C_{ai} 。

由运动模型(3),设点 P_i' 与点 B_i 的距离为 r_{ai} ,有:

$$r_{ai}^2 + z^2 = l_i^2,$$

则:

$$r_{ai} = \sqrt{l_i^2 - z^2},$$

式中, $l_i \in A_{ai}$,

$$A_{ai} = \{l_i \mid l_i \geq z, L_{\min} \leq l_i \leq L_{\max}\}. \quad (20)$$

设临界高度 $z_{0i} = L_{\min}$ 。

当 $z < z_{0i}$ 时, $A_{ai} = \{l_i \mid L_{\min} \leq l_i \leq L_{\max}\}$ 。此

时, $\sqrt{L_{\min}^2 - z^2} > \sqrt{L_{\min}^2 - z_{0i}^2} \equiv 0$, 即 $r_{ai} > 0$, 说明在运动过程中,不能出现 P_i' 与 B_i 重合的情况。点 B_i 分直线 $B_i P_i^0$ 为两射线,则点 P_i' 的运动范围局

限于其中一条射线上,而不能沿着直线 $B_i P_i^0$ 从 B_i 的一侧运动到另一侧。则:

$$C_{ai} = \{r_{ai} \mid r_{\min} \leq r_{ai} \leq r_{\max}, r_{\min} = r_{ai} \mid_{l_i=L_{\min}}, r_{\max} = r_{ai} \mid_{l_i=L_{\max}}\}, \quad (21)$$

当 $z \geq z_{0i}$ 时,

$$A_{ai} = \{l_i \mid l_{\min} \leq l_i \leq L_{\max}, l_{\min} = z\},$$

此时, $\sqrt{l_{\min}^2 - z^2} \equiv 0$, 说明在运动过程中 P_i' 与 B_i 能够重合,即点 P_i' 能够沿着直线 $B_i P_i^0$ 从 B_i 的一侧运动到另一侧。则:

$$C_{ai} = \{r_{ai} \mid r_{\min i} \leq r_{ai} \leq r_{\max i}, r_{\min i} = -r_{ai} \mid_{l_i=L_{\max}}, r_{\max i} = r_{ai} \mid_{l_i=L_{\max}}\}. \quad (22)$$

$B_i P_i^0$ 方向运动范围为各杆单独运动时的运动范围的交集,即:

$$C_a = \{r_a \mid r_{\min} \leq r_{ai} \leq r_{\max}, r_{\min} = \max\{r_{\min 1}, \dots, r_{\min 6}\}, r_{\max} = \min\{r_{\max 1}, \dots, r_{\max 6}\}\}. \quad (23)$$

3.2.5 垂直于 $B_i P_i^0$ 方向运动范围

任取 $z \in C_z$, 分析在该平面内,由于杆 i 的单独运动,平台在垂直于 $B_i P_i^0$ 方向的运动范围 C_{bi} 。由运动模型(3),设点 P_i' 与点 B_i 的距离 r_{bi} ,有:

$$r_{bi}^2 + (q_{ix} - b_{ix})^2 + (q_{iy} - b_{iy})^2 + z^2 = l_i^2,$$

有:

$$r_{bi} = \sqrt{l_i^2 - z^2 - (q_{ix} - b_{ix})^2 - (q_{iy} - b_{iy})^2},$$

则:

$$C_{bi} = \{r_{bi} \mid r_{\min i} \leq r_{bi} \leq r_{\max i}, r_{\min i} = -r_{bi} \mid_{l_i=L_{\max}}, r_{\max i} = r_{bi} \mid_{l_i=L_{\max}}\}. \quad (24)$$

垂直于 $B_i P_i^0$ 方向运动范围为在各杆单独运动时的运动范围的交集,即:

$$C_b = \{r_b \mid r_{\min} \leq r_{bi} \leq r_{\max}, r_{\min} = \max\{r_{\min 1}, \dots, r_{\min 6}\}, r_{\max} = \min\{r_{\max 1}, \dots, r_{\max 6}\}\}. \quad (25)$$

(6) $60 \sim 240^\circ$ 、 $150 \sim 330^\circ$ 、 $120 \sim 300^\circ$ 和 $210 \sim 30^\circ$ 等方向的运动范围分别等价于将机构顺时针旋转 60° 、 60° 、 120° 和 120° 后机构的 x 轴、 y 轴、 x 轴和 y 轴方向运动范围;方法分别与(2)、(3)、(2)和(3)相同,不予赘述。

最后,求各特征方向上运动范围的绝对值的最小值:

$$r = \min\{|x_{\min}|, |x_{\max}|, |y_{\min}|, |y_{\max}|, \dots, |r_{\min}|, |r_{\max}|, |r_{\min}|, |r_{\max}|\}. \quad (26)$$

r 是普适工作空间在高度 $z \in C_z$ 处水平剖面的半径。

4 普适工作空间算例及机构性能的比较

某光学望远镜副镜位姿微调机构的设计中

拟选用的参数见表 1, 其中,

$$k_u = l_{\max} / l_{\min}, k_r = r_p / r_B, k_{lr} = l_{\min} / r_B, r_B = 1.$$

(27)

特征方向及普适工作空间的水平剖面和竖直剖面见图 3。图(a)、3(d)、3(g)为位置工作空间的某

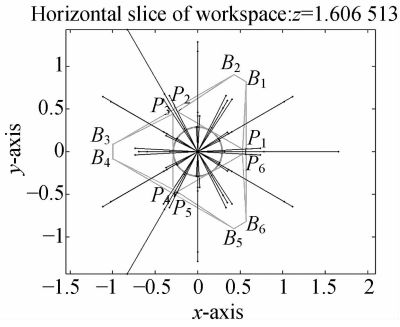


图 3(a) 特征方向

Fig. 3(a) Special directions

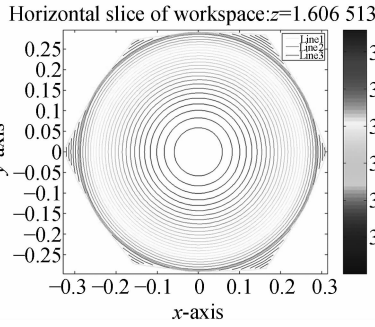


图 3(b) 水平剖面

Fig. 3(b) Horizontal slice

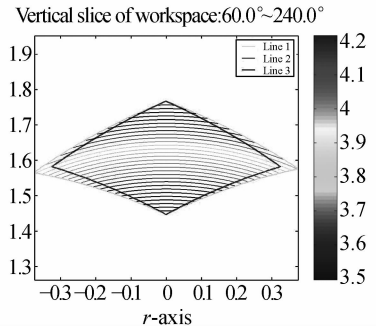


图 3(c) 垂直剖面

Fig. 3(c) Vertical slice

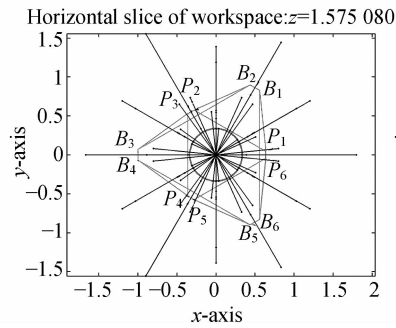


图 3(d) 特征方向

Fig. 3(d) Special directions

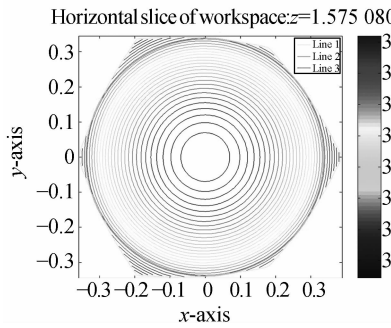


图 3(e) 水平剖面

Fig. 3(e) Horizontal slice

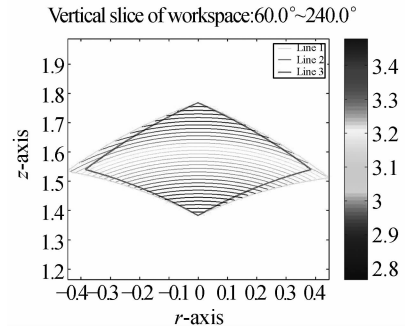


图 3(f) 垂直剖面

Fig. 3(f) Vertical slice

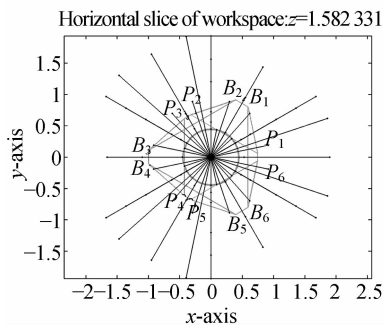


图 3(g) 特征方向

Fig. 3(g) Special directions

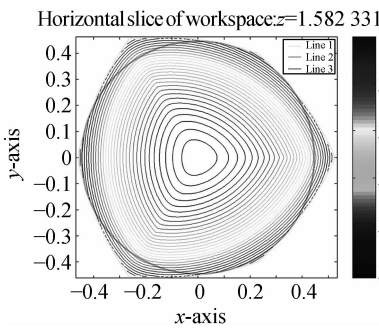


图 3(h) 水平剖面

Fig. 3(h) Horizontal slice

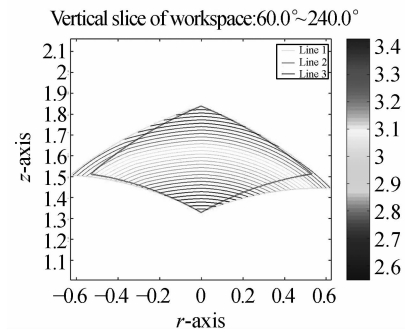


图 3(i) 垂直剖面

Fig. 3(i) Vertical slice

图 3 特征方向及普适工作空间的水平剖面 and 竖直剖面

Fig. 3 Special directions, horizontal slices and vertical slices of universal workspace

一水平剖面特征方向上的运动范围(标记·为运动范围的起止点)及由特征方向确定的普适工作空间的边界(圆)。图 3(b)、3(e)、3(h)为工作空间的水平剖面;图 3(c)、3(f)、3(i)为工作空间的竖直剖面。其中, line1(按快速极坐标搜索法^[9]计算)、line2 和 line3 包围的区域分别为位置工作空间、最大内切空间和普适工作空间。

由图 3 可知,(1)普适工作空间为旋转体,形状规则、简单,结构参数不同的 Gough-Stewart 平台机构都具有形状相似的普适工作空间,具有良好的可比性;(2)line2 与 line3 几乎重合,表明普适工作空间与最大内切空间相近;(3)普适工作空间去除了工作空间的边缘部分,保留了工作空间的中心部分,也即保留了机构在工作空间中心部分的性能特征。

总体评价机构性能的指标一般是在工作空间的基础上建立的^[10],以运动传递精度性能指标为例来说明。衡量并联机构运动传递精度的重要指标是雅可比矩阵的条件数,它在普适工作空间内的均值:

$$\lambda_{\Omega} = \frac{\iiint_{\Omega} \lambda_j dv}{\iiint_{\Omega} dv}, \quad (28)$$

能够总体表征机构的运动精度性能,其中, Ω 为普适工作空间, λ_j 为雅可比矩阵的条件数。 λ_j 是位姿的函数且 $\lambda_j \in [1, \infty)$, λ_j 越小,输入运动和输出运动之间的传递精度越高。 λ_j 在工作空间内的分布状况见图 3 中的等高线。

表 1 结构参数和运动传递精度性能比较

Tab.1 Structure parameters and comparison of movement precision performance

	k_{ll}	k_{rr}	k_{lr}	ϕ_B	ϕ_P	λ_{Ω}	k
1	1.174	0.528	1.650	55.2°	3.1°	3.888	90%
2	1.216	0.640	1.592	56.0°	4.0°	3.163	89%
3	1.300	0.750	1.530	53.5°	4.6°	3.067	86%

由表 1 可见,运动传递精度性能指标依次递减,由此断定,在普适工作空间中,以运动传递精度性能指标作为评价标准时,机构 1 的运动传递精度性能最差,机构 3 的运动传递精度性能最好。

由于不能用解析法完善地表达工作空间,需借助数值法计算 λ_{Ω} ,即首先对空间数值离散化,然后计算离散点处 λ_j ,最后累加,因此,在保证计算精度的前提下,计算量与空间的大小成正比。表 1 示出,普适工作空间和工作空间的体积之比(记作 k)分别为 90%、89%和 86%,相应的计算量分别降低约 10%、11%和 14%。

5 结 论

针对大型光学望远镜的副镜位姿调整机构的设计及不同 Gough-Stewart 平台机构的性能比较,提出了普适工作空间的概念,给出其几何求解方法,并通过算例进行了验证。

采用几何方法直接求解普适工作空间的边界。Gough-Stewart 机构的普适工作空间是以杆长为限定条件,动平台在 36 个特定方向上运动范围的交集。经过分析及计算求解,结果表明,普适工作空间的外形为简单规则的旋转体,该旋转体的任一水平切片的形状是圆,半径是沿特征方向上运动范围的交集。Gough-Stewart 平台机构的普适工作空间具有无需降维描述、形状简单规则、计算方法规范、计算结果唯一等特点,使同一性能指标在该空间内具有可比性,为进一步地优化设计提供了参考依据。采用普适工作空间,可以较大幅度地降低数值法的计算量,适宜应用于 Gough-Stewart 平台机构的优化设计中。

参考文献:

- [1] ECKHART P, RALF-RAINER R, STEFAN H, *et al.*. Five-axis secondary system for UKIRT [J]. *SPIE*, 1994, 2199: 516-522.
- [2] PERNECHELE C, BORTOLETTO F, REIF K. Position control for active secondary mirror of a two-mirror telescope [J]. *SPIE*, 1997, 3111: 172-180.

- [3] SEBRING T A, DUNHAM E W, MILLIS R L. The discovery channel telescope: a wide-field telescope in northern arizona [J]. *SPIE*, 2004, 5489:658-666.
- [4] GOSSELIN C M, ANGELES J. A global performance index for the kinematic optimization of robotic manipulators [J]. *Trans. ASME Journal of Mech. Design*, 1991, 113:220-226.
- [5] 刘旭东, 黄田, 汪劲松. 给定位姿能力和运动灵活度的 Stewart 并联机器人解析尺度综合[J]. *机器人*, 2000, 22(2): 128-135.
LIU X D, HUANG T, WANG J S. Dimensional synthesis of Stewart parallel manipulators with the prescribed workspace and dexterity [J]. *Robot*, 2000, 22(2):128-135. (in Chinese)
- [6] 吴振勇, 王玉茹, 黄田. Tricept 机器人的尺度综合方法研究[J]. *机械工程学报*, 2003, 39(6):22-30.
WU ZH Y, WANG Y R, HUANG T. Optimal dimensional synthesis of Tricept robot [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2003, 39(6): 22-30. (in Chinese)
- [7] 李波, 蔡光起, 葛春光, 等. 基于工作空间和遗传算法的虚拟轴机床参数设计[J]. *机械科学与技术*, 2000, 19(2):246-248.
LI B, CAI G Q, GE CH G, *et al.*. Parameter design of the virtual axis machine tool based on workspace and genetic algorithm [J]. *Mechanical Science and Technology*, 2000, 19(2): 246-248. (in Chinese)
- [8] KUMAR V. Characterization of workspace of parallel manipulators [J]. *ASME Journal of Mechanical Design*, 1992a, 114: 368-375.
- [9] 黄真, 孔令富, 方跃法. 并联机器人机构学理论及控制[M]. 北京:机械工业出版社, 1997.
HUANG ZH, KONG L F, FANG Y F. *Parallel Robot Mechanism Theory and Control* [M]. Beijing: China Machine Press, 1997. (in Chinese)
- [10] 张立杰, 刘辛军. 一种并联机构最大内切工作空间的几何求解[J]. *机械设计与研究*, 2002, 18: 20-21.
ZHANG L J, LIU X J. Analytical solution of maximum inscribed workspace of a kind of parallel robot [J]. *Journal of Machine Design and Research*, 2002, 18: 20-21. (in Chinese)

作者简介:徐 刚(1976—),男,辽宁人,博士研究生,主要从事光学望远镜副镜微调机构、并联机器人技术等方面的研究。E-mail: graduate_xg@yahoo.com.cn

杨世模(1954—),男,江苏人,博士生导师,研究员,从事空间天文仪器总体结构等方面的研究。E-mail: ysm@bao.ac.cn

● 下期预告

掩模电镀镍微结构均匀性的研究

李加东^{1,2}, 吴一辉¹, 张 平¹, 宣 明¹, 刘永顺¹, 王淑荣¹

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所 应用光学国家重点实验室, 吉林 长春 130033;

2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039)

在给定的电镀液组分下,对掩模电镀微结构的厚度均匀性及镀层横截面轮廓进行了研究,讨论了影响微结构镀层厚度均匀性的主要因素,分析了镀层横截面轮廓随电流密度的改变而变化的原因。电镀液中无添加剂时,提出镀层均匀性与阴极极化度及电镀边缘效应直接相关;电镀液中有添加剂时,本实验所使用添加剂所具有的并存吸附状态是影响镀层均匀性的主要因素。通过实验得到可获得良好均匀性镀层的电镀参数为: $i=(6\pm 2)\text{ mA/cm}^2$, $t=25\text{ }^\circ\text{C}$ 。